TALLER : INTERVALOS DE CONFIANZA

1. El tiempo en que un cajero de un banco con servicio en el automovil atiende a un cliente es una variable aleatoria con una media $\mu = 3.2$ minutos y una desviación estandar de $\sigma = 1.6$ minutos. Si se obtiene una muestra de $n = 64$ clientes, encuentre la probabilidad de que el tiempo medio con el cajero sea: (a). a lo más de 2.7 minutos. (b). más de 3.5 minutos (c). al menos 3.2 minutos, pero menos de 3.4 minutos.

2. Una empresa manufacturera afirma que las baterías que utiliza en sus juegos electrónicos duran un periodo de 30 horas. Para mantener este promedio, se prueban 16 baterías cada mes. Si el valor $T = (\bar{x} - 30)/(s/\sqrt{n})$ cae entre $t_{0.025;v=15}$ y $t_{0.975;v=15}$, la empresa queda satisfecha con su afirmación. ?Qué conclusión deberia tomar la empresa si una muestra presenta una media $\bar{x} = 27.5$ horas y una desviación estandar de $s = 5$ horas?. Suponga que la duración de las baterías tiene una distribución normal.

3. Un fabricante de barras de cereal bajos en grasas afirma que su cantenido promedio de grasas saturadas es de 0.5 gramos. En una muestra aleatoria de 8 barras del cereal, el contenidio de grasas saturadas fue de : 0.6, 0.7, 0.7, 0.3, 0.4, 0.5, 0.4 y 0.2 gramos. ¿Estaría de acuerdo con la afirmación realizada por el fabricante?. Suponga que el contenido de grasas saturadas en la barra es una variable aleatoria que se distribuye de manera normal.

4. La calificación de un examen de admisión a la universidad que se aplica a estudiantes durante los últimos cinco años está distribuido normal con media $\mu = 74$ y varianza $\sigma^2 = 8$. En una muestra de $n = 20$ estudiantes, se encontro un valor de $s^2 = 20$. Se considera que el valor de 8 para la varianza puede ser aceptado, si el valor de la variable $X^2 = (n-1)S^2/8$, esta entre $\chi^2_{0.05;v=19}$ y $\chi^2_{0.95;v=19}$.?Que conclusión debe tomar?, en caso contrario se rechaza esta afirmación.

5. Una muestra de 100 propietarios de automóviles indica que en el departamento del Valle del Cauca se maneja en promedio 23500 km al año con una desviación estándar de 3900 km. Suponga que la distribución de las mediciones es aproximadamente normal. Construya un intervalo de confianza del 95 % para el numero promedio de kilómetros que recorre un automóvil anualmente en el Valle del Cauca. Usted desea comprar un carro usado y su actual propietario y único dueño le informa que el carro en venta lo compro el 5 de Junio de 2008 y al inspeccionar velocímetro indica que ha recorrido 43265 kilómetros. A que conclusión podrá llegar al comparar los resultados obtenidos con los datos del vehículo?

6. La Cámara de Comercio de Cali está interesada en estimar la cantidad promedio de dinero que gasta la gente que asiste a convenciones, calculando comidas, alojamiento y entretenimiento por día. De las distintas convenciones que se han realizado en Cali durante el último mes fueron seleccionadas 16 personas a las que se les pregunto la cantidad de dinero que habían gastado por día. El resultado en dólares fueron los siguientes: 150,175, 163, 148, 142, 189, 135, 174, 168, 152, 158, 184, 134, 146, 155 y 163. Si se supone que la cantidad de dinero gastada en un día es una variable aleatoria con distribución aproximadamente normal. Obtenga los intervalos de confianza estimados del 90 %, 95 % 98 % y 99 % para la cantidad promedio real. Analice los resultados y a partir de ellos concluya sobre el efecto que genera un aumento en el nivel de confianza.

7. Dos de las Facultades de la Universidad (FI y FCEyA) tienen procedimientos distintos para inscribir a sus estudiantes a primer semestre. El Vicerrector Académico desea comparar los tiempos promedios que les toma el trámite de inscripción. En cada Facultad se tomaron los tiempos de 100 neojaverianos seleccionados de manera aleatoria. Las medias y las desviaciones estándar muestrales son las siguientes: $\bar{x}_1 = 50,2$, $s_1 = 4,8$ y $\bar{x}_2 = 52,9$, $s_2 = 5,4$. Estime un intervalo de confianza para la diferencia de los tiempos medios del 95 % y analice los resultados. Suponga que ningun estudiante de los seleccionados está realizando doble titulación.

8. En una muestra de 400 clientes, el 20 % indica preferencia por tamaño especial de pizza. Con posterioridad a una campaña publicitaria realizan da en radio y televisión promoviendo dicho producto, se seleccionó una muestra de igual tamaño. En esta última muestra el 22 % de los clientes manifestaron su preferencia por el producto. De acuerdo con estos resultados calcule un intervalo de confianza del 95 % para la diferencia de proporciones. De acuerdo a los resultados obtenidos, podría afirmar que la campaña publicitaria fue efectiva?

9. El propietario de un prestigioso gimnasio quiere determinar si un instructor de ejercicio debe ser contratado o no para su campaña estrella: " *Pierda más de 5 kg de peso en un mes*". Para tomar la decisión le dice a un de los candidatos que pruebe con 16 de las personas que habitualmente concurren al gimnasio tomadas al azar. Los datos que se tomaron antes y después de haber realizado un mes de ejercicios a cargo del candidato son los siguientes: 104.5 y 98.6; 89.3 y 85.5; 84.5 y 85.6; 106.8 y 103.0; 90.1 y 88.5; 96.5 y 95.6; 79.5 y 79.5; 90.4 y 90.3; 85.2 y 82.6; 76.5 y 76.0; 91.5 y 89.5; 82.5 y 81.5; 100.5 y 99.4; 89.5 y 86.5; 121.6 y 115.2; 72.0 y 70.1.

Problemas tomados de Navidi(2006)

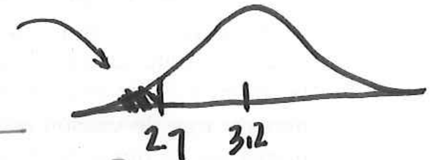
Taller 9.2 INTERVALOS DE CONFIANZA

1. X = tiempo de atención a un cliente bancario servicio en el automovil (Banca-movil) $\mu = 3.2$ min, $\sigma = 1.6$ min

$n = 64$ clientes

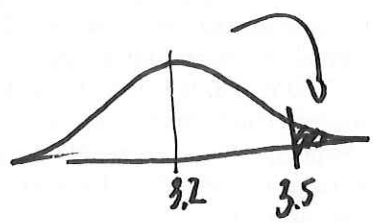
a) $P(\bar{X} < 2.7 \text{min}) = P\left(Z < \frac{2.7 - 3.2}{1.6/\sqrt{64}}\right) = P(Z < -2.5)$

$= 0.0062$



b) $P(\bar{X} > 3.5) = P\left(Z > \frac{3.5 - 3.2}{1.6/\sqrt{64}}\right) = P(Z > 1.5)$

$= 0.0668$



c) $P(3.2 < \bar{X} < 3.4) = P\left(\frac{3.2 - 3.2}{1.6/\sqrt{64}} < Z < \frac{3.4 - 3.2}{1.6/\sqrt{64}}\right)$

$P(0 < Z < 1) = F(1) - F(0)$

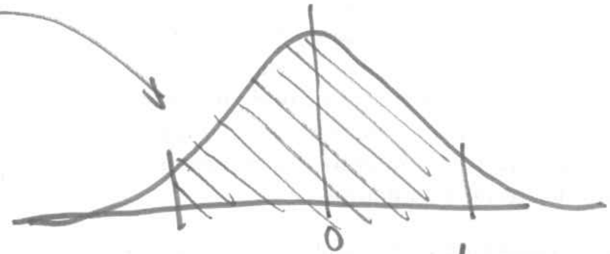
$= 0.8413 - 0.50$

$= 0.3413$

2. X: tiempo de duración de una batería

$n=16$

$T = \dfrac{(\bar{x}-30)}{S/\sqrt{n}}$



$t_{0.025}$ $V=15$ $\quad$ $t_{0.975}$ $V=15$

ZONA DE ACEPTACIÓN

$-2{,}1315$ $\quad$ $2{,}1315$

$\bar{x}=27.5h$

$S=5h$

$T = \dfrac{27.5-30}{5/\sqrt{16}} = -2$

La muestra cumple con la condición

---

3. $\mu = 0.5g$ de contenido de grasa saturada en barras de cereal

$n=8$

$\bar{x}=0.475$

$S=0.1832$

CÓDIGO EN R

```
x=c(0.6, 0.7, ....., 0.2)
mx=mean(x)
sx=sd(x)
```

SUPUESTOS:

X ~ NORMAL

σ^2 es DESCONOCIDA

$IC_{\mu\,95\%}: \bar{X} \pm t_{\alpha/2,\,V=7} \dfrac{S}{\sqrt{n}}$

$0.475 \pm 2{,}3646 \times \dfrac{0.1832}{\sqrt{8}}$

R/

$(0.3218 \,;\, 0.6282)$

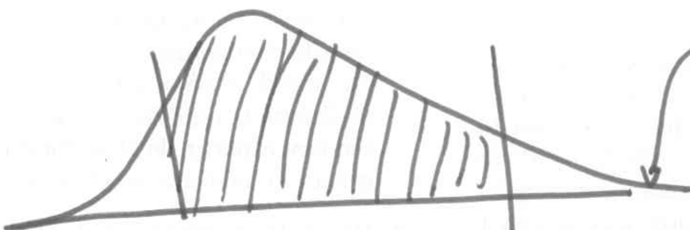
El contenido de grasas saturadas en las barras de cereal está en promedio entre 0.32 y 0.62 g con una confianza del 95%.

4. X: calificación examen de admisión a la U

$X \sim Normal(\mu = 74, \sigma^2 = 8)$

$n = 20 \quad s^2 = 20$

$$X^2 = \frac{(n-1)s^2}{8} = \frac{19 \times 20}{8} = 47.5$$



$\chi^2_{0.95}$ $v = 19$ 10.12

$\chi^2_{0.05}$ $v = 19$ 30.14 } NOTACIÓN DE LA TABLA!

R/ como X^2 cae por fuera del intervalo permitido no se debe aceptar el valor observado

---

5. $n = 100$

$\bar{x} = 23500$ Km/año

$s = 3900$ Km/año

X: recorrido en km de una persona maneja durante un año en el Valle del Cauca

$X \sim Normal$

$$IC_{\mu}: \bar{X} \pm Z_{\alpha/2} \frac{s}{\sqrt{n}}$$

95%

$$23500 \pm \frac{1.96 \times 3900}{10}$$

(22 735.6 ; 24 264.4)

5 JUN 2007 — JUN 2018 JUL AGO SEP OCT

10 años

10 años + 4 meses

$\cdot\ 10\frac{4}{12} * 23500 = 242.833,3$

$\cdot\ 10\frac{4}{12} \times 3900 = 40.300$

$$P(X < 43265) = P\left(Z < \frac{43265 - 242.833,3}{40.300}\right)$$

Ojo: la probabilidad es sobre X y NO sobre $\bar{x}$!

$$P(Z < -4.9) = 0$$

-4.9

R/ NO es posible que un carro con más de 10 años de uso tenga solo 43265 Km

---

6. X: gastos de las personas que asisten a una convención $X \sim Normal$

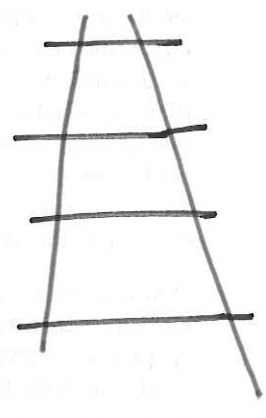
$n = 16$

$\bar{x} = 158.50$

$s = 16.41$

$$\bar{x} \pm t_{\alpha/2} \, S/\sqrt{n} \qquad v = 15$$

CONFIANZA	$t_{v=15,\ \alpha/2}$	IC
90%	± 1.7530	(151.3 ; 160.7)
95%	$\pm 2,1315$	(149.7 ; 167,2)
98%	$\pm 2,6025$	(147.8 ; 169.2)
99%	$\pm 2,9467$	(146.4 ; 170.6)



R/ a medida que aumenta la CONFIANZA, el INTERVALO DE CONFIANZA, aumenta

7.

FIC $n_1=100$ $\bar{x}_1=50.2$ $s_1=4.8$

FCEyN $n_2=100$ $\bar{x}_2=52.9$ $s_2=5.4$

X_1: tiempo que tarda un estudiante de la FIC en realizar inscrip.

X_2: " " " FCEyN " " "

$IC_{\mu_1-\mu_2}$ 95%

NOTA:
En este caso se trata de comparación de grupos independientes
En este caso se consideran dos posibilidades:

i) Grupos independientes, con varianzas iguales

$$IC_{\mu_1-\mu_2}: (\bar{x}_1-\bar{x}_2) \pm t_{\alpha/2, \, v=n_1+n_2-2} \; S_p \sqrt{\frac{1}{n_1}+\frac{1}{n_2}}$$

donde $S_p^2 = \dfrac{(n_1-1)S_1^2 + (n_2-1)S_2^2}{n_1+n_2-2}$

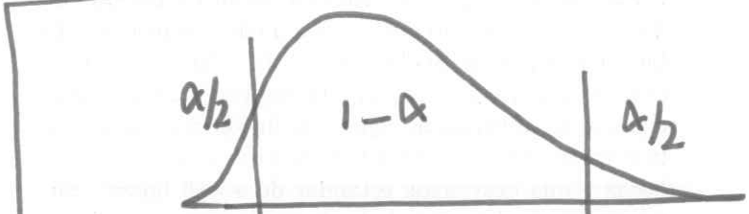
ii) Grupos independientes, con varianzas diferentes

$$IC_{\mu_1-\mu_2}: (\bar{x}_1-\bar{x}_2) \pm t_{\alpha/2, \, v^*} \sqrt{\frac{S_1^2}{n_1}+\frac{S_2^2}{n_2}}$$

$$v^* = (S_1^2/n_1 + S_2^2/n_2) \Big/ \left[\left((S_1^2/n_1)^2/(n_1-1) \right) + \left((S_2^2/n_2)/(n_2-1) \right) \right]$$

Para determinar cuál alternativa seguir se debe construir un $IC_{\sigma_1^2/\sigma_2^2}$

$$\left(\frac{S_1^2}{S_2^2} \cdot \frac{1}{F_{\alpha/2,\, v_1 v_2}} \; ; \; \frac{S_1^2}{S_2^2} \cdot F_{\alpha/2,\, v_2 v_1} \right)$$



R: $F_{0.05,\, v_1 v_2}$ $\quad F_{0.95,\, v_1 v_2}$

TABLA 0.05 $\quad \frac{1}{F_{0.05,\, v_2 v_1}} \quad F_{0.05,\, v_1 v_2}$

1.48

$\frac{1}{1.48} = 0.67$

$$\left(\frac{4.8^2}{5.4^2} \cdot 0.67 \; ; \; \frac{4.8^2}{5.4^2} \ast 1.48 \right)$$

$$(0.53 \; ; \; 1.69)$$

∴ Como el $IC_{\sigma_1^2/\sigma_2^2}$ contiene a 1. Asumimos que $\sigma_1^2 = \sigma_2^2$

$\hookrightarrow IC_{\mu_1-\mu_2}$:

$$(\bar{x}_1 - \bar{x}_2) \pm t_{\alpha/2,\, v = n_1+n_2-2} \; S_p \sqrt{\frac{1}{n_1} + \frac{1}{n_2}}$$

$$(50.2 - 52.9) \pm 1.97 \ast \sqrt{\frac{99 \times 4.8^2 + 99 \times 5.4^2}{100 + 100 - 2}} \sqrt{\frac{1}{100} + \frac{1}{100}}$$

-2.7 ± 1.42

$$(-4.12 \; ; \; -1.27)$$

Al comparar dos medias su intervalo de confianza $\mu_1 - \mu_2$ puede ser:

i) $(-,-)$ indica que $\mu_1 < \mu_2$

ii) $(-,+)$ $\mu_1 \cong \mu_2$

iii) $(+,+)$ $\mu_1 > \mu_2$

En este caso el $IC_{\mu_1-\mu_2}$: $(-4.12; -1.27)$

lo cual indica que $\mu_1 < \mu_2$

Los tiempos de la FI son inferiores a los de la FCEyN.

8. $n_1 = 200$ | CAMPAÑA PUBLICITARIA | $n_2 = 400$

$\hat{P}_1 = 0.20$ | | $\hat{P}_2 = 0.22$

INTERVALO DE CONFIANZA PARA LA DIFERENCIA DE PROPORCIONES

$$IC_{P_1 - P_2} : (\hat{P}_1 - \hat{P}_2) \pm Z_{\alpha/2} \sqrt{\frac{P_1 q_1}{n_1} + \frac{P_2 q_2}{n_2}}$$

95%

$$(0.20 - 0.22) \pm 1.96 \times \sqrt{\frac{0.20 \times 0.80}{400} + \frac{0.22 \times 0.78}{400}}$$

$$-0.02 \pm 1.96 \times 0.0288$$

$$(-0.0764 \; ; \; 0.0364)$$

R/ como el IC contiene a cero asumimos que estas dos proporciones (antes - despues) son IGUALES.

No se observa mejoras significativas despues de la publicidad

9. $IC_{\mu_1-\mu_2}$ grupos pareados

ANTES	DESPUES	$d_i = x_1 - x_2$
104.5	98.6	5,9
89.3	85.5	3,8
84.5	85,6	-1.1
106.8	103.0	3,8
90.1	88.5	1,6
96.5	95.6	0,9
79.5	79.5	0,0
90.4	90.3	0,1
85,2	82,6	2,6
76.5	76.0	0,5
91.5	89.5	2,0
82,5	81.5	1,0
100.5	99.4	1,1
89.5	86.5	3,0
121.6	115,2	6,4
72,0	70.1	1,9

$\bar{d} = 2{,}09375$

$S_d = 2{,}080535$

IC_d

$$2{,}09375 \pm t_{\substack{0{,}025 \\ v=15}} \times \frac{2{,}080535}{\sqrt{16}}$$

$(0{,}9851 ; 3{,}202)$ //

R/ La perdida de peso promedio está entre 0.98 y 3.2 kg lo cual no confirma lo anunciado por la campaña realizada por el Gym.

Se recomienda NO contratar al instructor dado que no alcanzó el objetivo prometido.

$$IC_{\mu_1-\mu_2} : \bar{d} \pm t_{\substack{\alpha/2 \\ v=n-1}} \frac{S_d}{\sqrt{n}}$$