

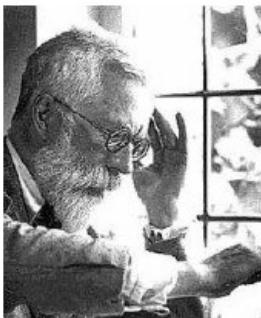
# PRUEBAS DE HIPÓTESIS

David E. Gonzalez  
Javeriana Cali

El origen de los estudios, relacionados con  
las probab. (1738)  
ensayo escrito por DANIEL BERNOULLI (Astronomia)



1915 - 1933 • Ronald Fisher  
• Jerzy Neyman y Egon Pearson



## QUE ES UNA HIPOTESIS ?

- ESTADÍSTICAMENTE ES : UNA AFIRMACIÓN ACERCA DE UN PARÁMETRO DE UNA POBLACIÓN

## QUE ES UNA PRUEBA DE HIPOTESIS ?

- CONSISTE EN CONTRASTAR DOS HIPOTESIS ESTADÍSTICAS  
RECHAZAR O NO UNA HIPOTESIS EN FAVOR DE LA OTRA

# CONCEPTOS BÁSICOS

## $H_0$ : HIPÓTESIS NULA

SE MANTIENE COMO CIERTA  
SI NO SE OBTIENE SUFFICIENTE  
EVIDENCIA ESTADÍSTICA DE  
LO CONTRARIO

HIPÓTESIS QUE ES CIERTA  
BAJO CONDICIONES NORMALES

## $H_a$ : HIPÓTESIS ALTERNATIVA

CORRESPONDE A UNA HIPÓTESIS  
FRENTE A LA CUAL SE CONTRASTA  
 $H_0$ , Y QUE SE CONSIDERA CIERTA  
SI  $H_0$  ES FALSA

HIPÓTESIS QUE ES CIERTA BAJO  
CONDICIONES EXTRAORDINARIAS

EdeP

## ESTADÍSTICO DE PRUEBA

ES UNA VARIABLE ALATORIA QUE SIGUE UNA FUNCIÓN DE DISTRIBUCIÓN CONOCIDA Y DEL CUAL SE OBTIENE UN VALOR A PARTIR DE LA MUESTRA

RdeD

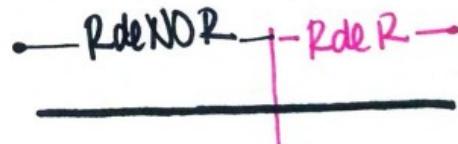
## REGLA DE DECISIÓN

PERMITE ESTABLECER CONDICIONES SOBRE LAS CUALES LA  $H_0$  ES RECHAZADA O NO RECHAZADA

REGRA 1

- SI EL EdeP NO CAE EN UN RdeR ENTONCE NO SE RECHAZA  $H_0$ , NO EXISTE SUFFICIENTE EVIDENCIA ESTADÍSTICA EN LA MUESTRA QUE PERMITA RECHAZARLA, SE ASUME QUE  $H_0$  ES VERDAD.

- SI EL EdeP CAE EN UN RdeR ENTONCE SE RECHAZA  $H_0$ , SE ACEPTE  $H_a$  COMO VERDADERA

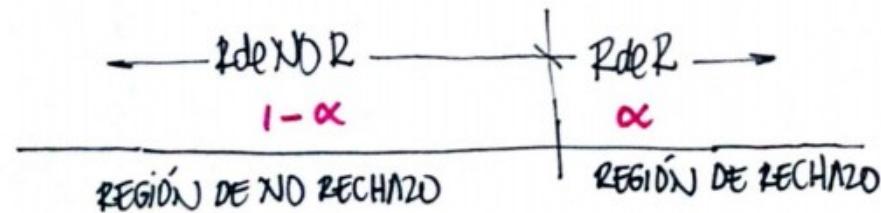


## RdeD: REGLA DE DECISIÓN

REGLA QUE PERMITE CONDICIONES SOBRE LAS CUALES  $H_0$  ES RECHAZADA O NO RECHAZADA.

REGLA 1: SI EL  $\bar{X}$  EdeP CAE EN LA RdeR, ENTONCES  
SE RECHAZA  $H_0$ , SE ACEPTA  $H_1$  COMO VERDADERA

SI EL EdeP NO CAE EN LA RdeR, NO EXISTE SUFFICIENTE  
EVIDENCIA ESTADÍSTICA EN LA MUESTRA QUE PERMITA  
RECHAZAR  $H_0$ . SE ASUME QUE  $H_0$  ES VERDAD



SE RECHAZA  $H_0$  : SE ACEPTA QUE  $H_a$  ES VERDAD

DECISIÓN

$$H_0: \theta = \theta_0$$

$$H_a: \theta \neq \theta_0$$

NO SE RECHAZA  $H_0$  : SE DICE NO TENER EVIDENCIA SUFFICIENTE  
EN LA MUESTRA EN CONTRA DE  $H_0$ , SE  
ASUME  $H_0$  COMO VERDAD.

ACEPTAR  $\neq$  ASUMIR

DECISIÓN SOBRE $H_0$	ESTADO DE LA NATURALEZA	
	$H_0(V)$	$H_0(F)$
RECHAZAR $H_0$	<p><b>ERROR TIPO I</b>  <math>P(E.T.I) = \alpha</math></p> 	<p><b>DECISIÓN CORRECTA</b>  <math>1 - \beta</math>: POTENCIA</p> 
NO RECHAZAR $H_0$	<p><b>DECISIÓN CORRECTA</b></p>	<p><b>ERROR TIPO II</b>  <math>P(E.T.II) = \beta</math></p> 

Pde H para  $\mu$

$$H_0: \mu = \mu_0$$

$$H_a: \mu \neq \mu_0$$

$$H_0: \mu \leq \mu_0$$

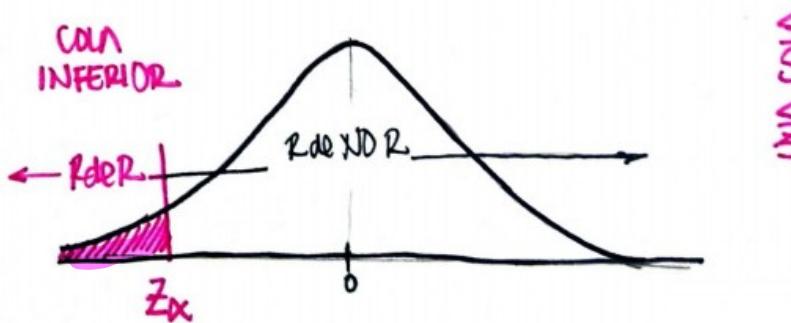
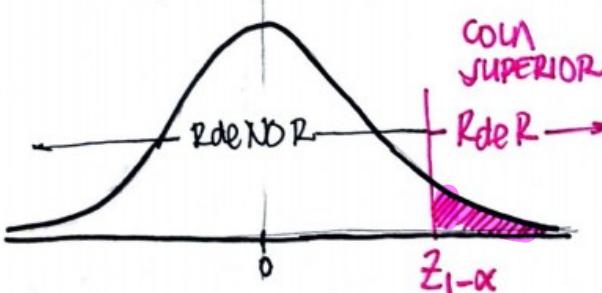
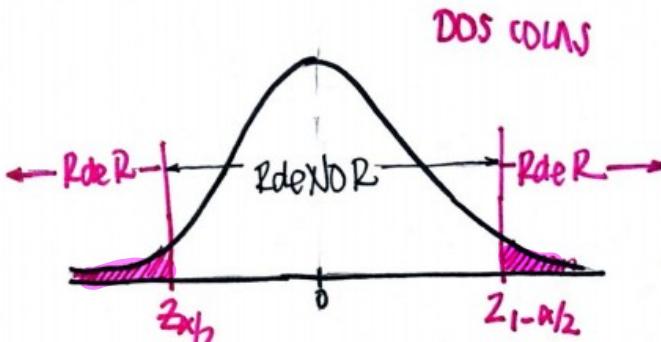
$$H_a: \mu > \mu_0$$

$$H_0: \mu \geq \mu_0$$

$$H_a: \mu < \mu_0$$

Edep

$$Z = \frac{\bar{X} - \mu_0}{\sigma/\sqrt{n}} \sim N(0,1)$$



## Pde H para M

$$H_0: \mu = \mu_0$$

$$H_a: \mu \neq \mu_0$$

$$H_0: \mu \leq \mu_0$$

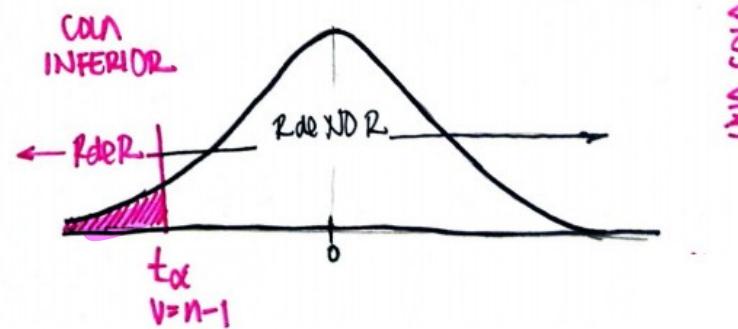
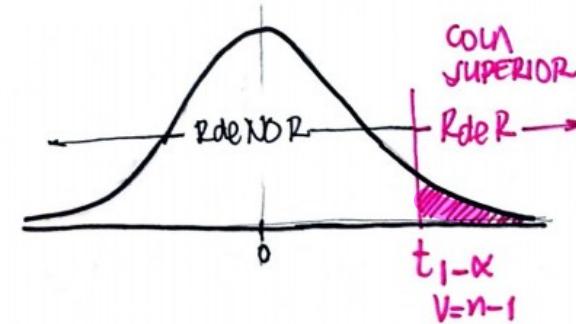
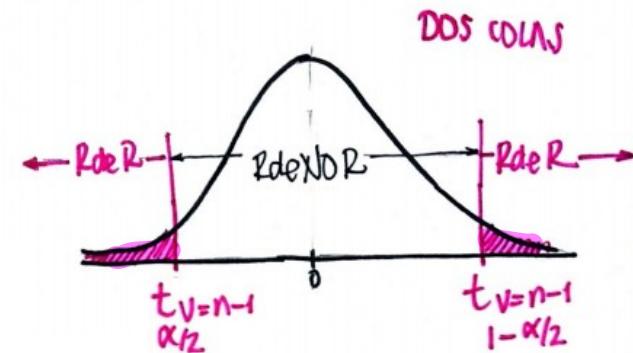
$$H_a: \mu > \mu_0$$

$$H_0: \mu \geq \mu_0$$

$$H_a: \mu < \mu_0$$

$t_{dep}$

$$T = \frac{\bar{X} - \mu_0}{S/\sqrt{n}} \sim t_{v=n-1}$$



LOS VS

Pde H para M

$$H_0: \mu = \mu_0$$

$$H_a: \mu \neq \mu_0$$

Edep

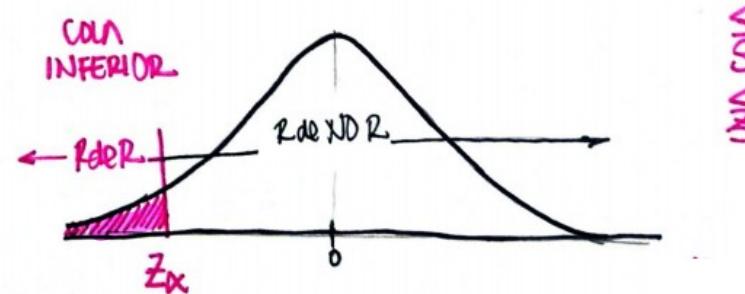
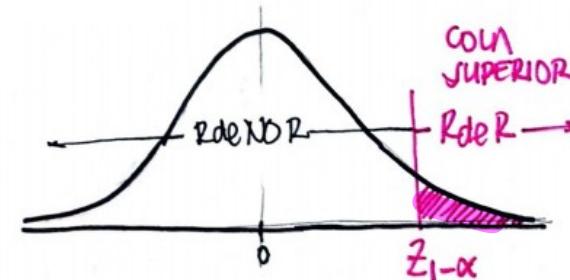
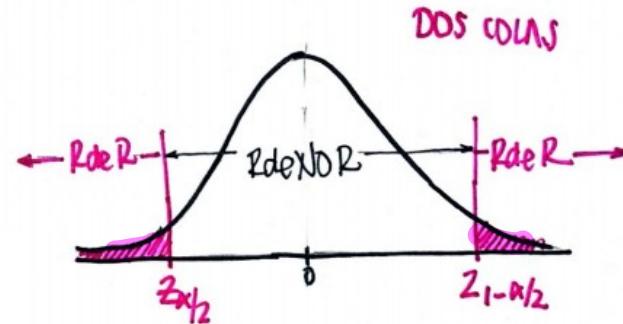
$$H_0: \mu \leq \mu_0$$

$$H_a: \mu > \mu_0$$

$$H_0: \mu \geq \mu_0$$

$$H_a: \mu < \mu_0$$

$$Z = \frac{\bar{X} - \mu_0}{\sigma / \sqrt{n}} \sim N(0,1)$$



UN COJ

Pde H. PBA P

$$H_0: p = p_0$$

$$H_a: p \neq p_0$$

$$H_0: p \leq p_0$$

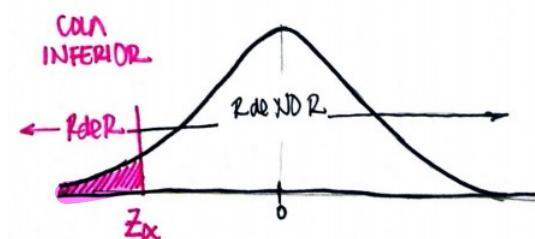
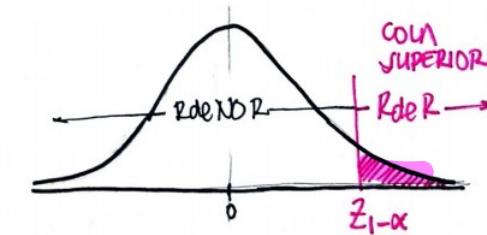
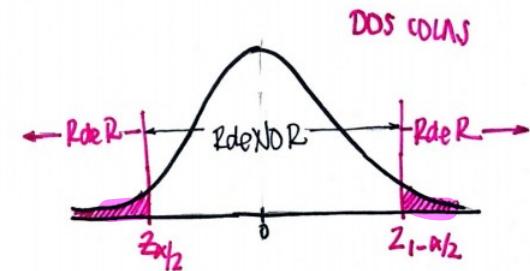
$$H_a: p > p_0$$

$$H_0: p \geq p_0$$

$$H_a: p < p_0$$

Ede P

$$Z = \frac{\hat{p} - p_0}{\sqrt{\frac{p_0(1-p_0)}{n}}} \sim N(0,1)$$



## Pde H PARA $\sigma^2$

$$H_0: \sigma^2 = \sigma_0^2$$

$$H_a: \sigma^2 \neq \sigma_0^2$$

$$H_0: \sigma^2 \leq \sigma_0^2$$

$$H_a: \sigma^2 > \sigma_0^2$$

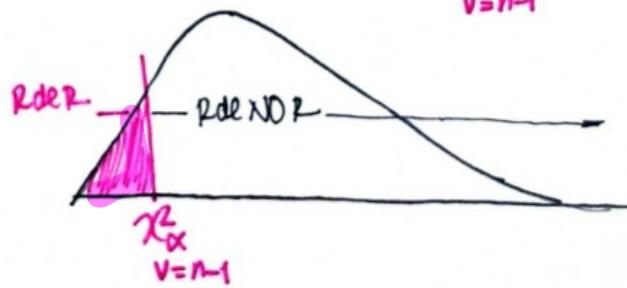
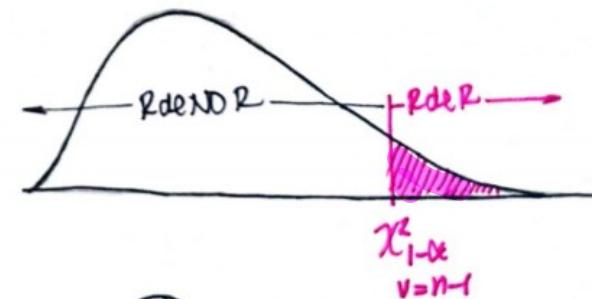
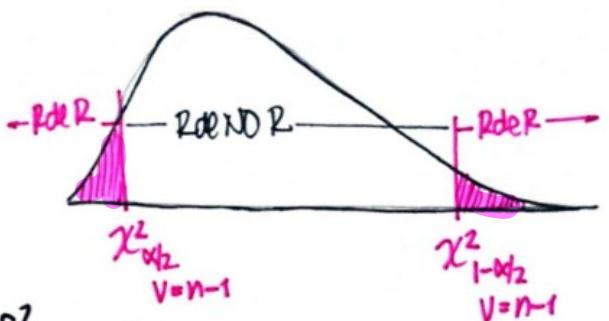
$$H_0: \sigma^2 \geq \sigma_0^2$$

$$H_a: \sigma^2 < \sigma_0^2$$

Ede P

$$X^2 = \frac{(n-1)S^2}{\sigma_0^2} \sim \chi^2_{v=n-1}$$

=



## Paletti PARA DIFERENCIA DE MEDIAS $\mu_1 - \mu_2$

$$H_0: \mu_1 - \mu_2 = \Delta_0$$

$$H_a: \mu_1 - \mu_2 \neq \Delta_0$$

$$H_0: \mu_1 - \mu_2 \leq \Delta_0$$

$$H_a: \mu_1 - \mu_2 > \Delta_0$$

$$H_0: \mu_1 - \mu_2 \geq \Delta_0$$

$$H_a: \mu_1 - \mu_2 < \Delta_0$$

EdeP

$$T = \frac{\bar{J} - \Delta_0}{Sd/\sqrt{n}} \sim t_{v=n-1}$$

GRUPOS  
PAREADOS

SUPUESTOS:

$x_1 \sim N$

$x_2 \sim N$

$$T = \frac{(\bar{x}_1 - \bar{x}_2) - \Delta_0}{S_p \sqrt{\frac{1}{n_1} + \frac{1}{n_2}}} \sim t_{v=n_1+n_2-2}$$

ASUME  
 $\sigma_1^2 = \sigma_2^2$

GRUPOS  
INDEPENDIENTES

$$T = \frac{(\bar{x}_1 - \bar{x}_2) - \Delta_0}{\sqrt{\frac{s_1^2}{n_1} + \frac{s_2^2}{n_2}}} \sim t_{v=n_1+n_2-2}$$

$\sigma_1^2 \neq \sigma_2^2$

## PdeH PARA DIFERENCIA DE PROPORCIONES $p_1 - p_2$

$$H_0: p_1 - p_2 = \Delta_0$$

$$H_a: p_1 - p_2 \neq \Delta_0$$

$$H_0: p_1 - p_2 \leq \Delta_0$$

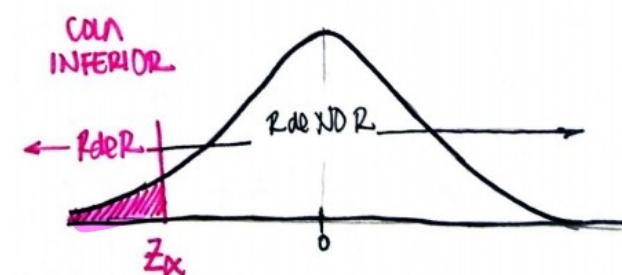
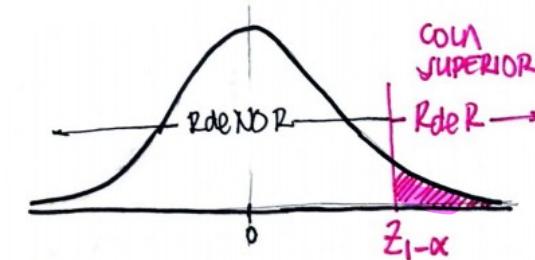
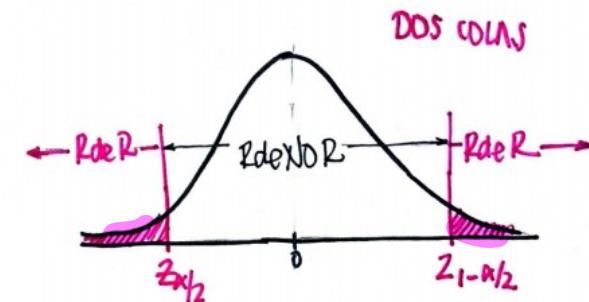
$$H_a: p_1 - p_2 > \Delta_0$$

$$H_0: p_1 - p_2 \geq \Delta_0$$

$$H_a: p_1 - p_2 < \Delta_0$$

Edu P

$$Z = \frac{(\hat{p}_1 - \hat{p}_2) - \Delta_0}{\sqrt{\frac{\hat{p}_1(1-\hat{p}_1)}{n_1} + \frac{\hat{p}_2(1-\hat{p}_2)}{n_2}}} \sim N(0,1)$$



Pde H PARA UNA RAZÓN DE VARIANZAS  $\sigma_1^2/\sigma_2^2$

$$H_0: \sigma_1^2 = \sigma_2^2$$

$$H_a: \sigma_1^2 \neq \sigma_2^2$$

EdeP

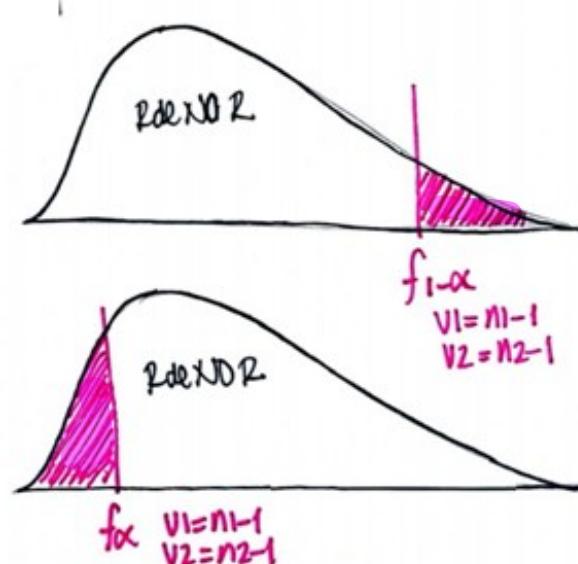
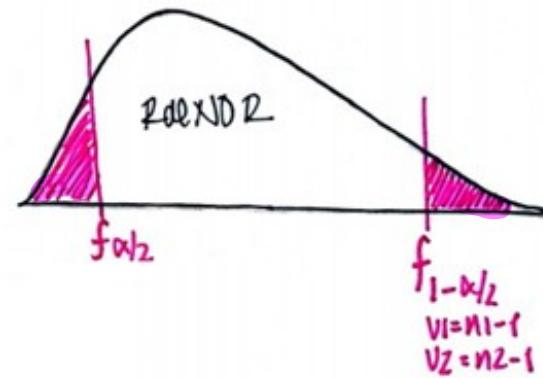
$$F = \frac{S_1^2}{S_2^2} \sim f_{V_1=n_1-1, V_2=n_2-1}$$

$$H_0: \sigma_1^2 \leq \sigma_2^2$$

$$H_a: \sigma_1^2 > \sigma_2^2$$

$$H_0: \sigma_1^2 \geq \sigma_2^2$$

$$H_a: \sigma_1^2 < \sigma_2^2$$



# PRUEBA DE HIPÓTESIS

EdeP

$$z = \frac{\bar{x} - \mu_0}{\sigma/\sqrt{n}} \sim N(0,1) \quad (1)$$

$$z = \frac{\bar{x} - \mu_0}{s/\sqrt{n}} \sim N(0,1) \quad (2)$$

$$t_{v=n-1} = \frac{\bar{x} - \mu_0}{s/\sqrt{n}} \sim t_{v=n-1} \quad (3)$$

$$z = \frac{\hat{p} - p_0}{\sqrt{\frac{p_0(1-p_0)}{n}}} \sim N(0,1) \quad (4)$$

$$\chi^2 = \frac{(n-1)s^2}{\sigma_0^2} \sim \chi^2_{v=n-1} \quad (5)$$

UNA POBLACIÓN

$$t = \frac{(\bar{x}_1 - \bar{x}_2) - \Delta_0}{s_p \sqrt{\frac{1}{n_1} + \frac{1}{n_2}}} \sim t_{v=n_1+n_2-2} \quad (6)$$

$$t = \frac{(\bar{x}_1 - \bar{x}_2) - \Delta_0}{\sqrt{\frac{s_1^2}{n_1} + \frac{s_2^2}{n_2}}} \sim t_{v=n_1+n_2-2} \quad (7)$$

$$t = \frac{\bar{d} - \Delta_0}{s_d/\sqrt{n}} \sim t_{v=n-1} \quad (8)$$

$$z = \frac{(\hat{p}_1 - \hat{p}_2) - \Delta_0}{\sqrt{\frac{\hat{p}_1(1-\hat{p}_1)}{n_1} + \frac{\hat{p}_2(1-\hat{p}_2)}{n_2}}} \sim N(0,1) \quad (9)$$

$$F = \frac{s_1^2}{s_2^2} \sim f_{v_1=n_1-1, v_2=n_2-1} \quad (10)$$

DOS POBLACIONES

## PRUEBAS PARAMÉTRICAS

$$H_0: \mu_1 = \mu_0$$
$$H_a: \mu_1 \neq \mu_0$$

- PRUEBA t PARA UNA MEDIA
- PRUEBA z PARA UNA MEDIA

$$H_0: p = p_0$$
$$H_a: p \neq p_0$$

- PRUEBA PARA UNA PROPORCIÓN

$$H_0: \sigma^2 = \sigma_0^2$$
$$H_a: \sigma^2 \neq \sigma_0^2$$

- PRUEBA PARA UNA VARIANZA

$$H_0: \mu_1 - \mu_1 = \Delta_0$$
$$H_a: \mu_1 - \mu_2 \neq \Delta_0$$

- PRUEBA DE DIFERENCIA DE MEDIAS

GRUPOS  
PAREJAS

INDEPENDIENTE

$$H_0: p_1 - p_2 = \Delta_0$$
$$H_a: p_1 - p_2 \neq \Delta_0$$

- PRUEBA DE DIFERENCIA DE PROPORCIONES

$$H_0: \sigma_1^2 = \sigma_2^2$$
$$H_a: \sigma_1^2 \neq \sigma_2^2$$

- PRUEBA DE COMPARACIÓN DE VARIANZAS

## PRUEBAS NO-PARAMÉTRICAS

$$H_0: \text{Me} = \text{Me}_0$$
$$H_a: \text{Me} \neq \text{Me}_0$$

PRUEBA DE SIGNOS

PRUEBA DE WILCOXON

PRUEBA DE MANN-WHITNEY

PRUEBA DE RACHAS

PRUEBA CHI-CUADRADO DE INDEPENDENCIA

PRUEBA CHI-CUADRADO DE BONDAD DE AJUSTE.

PRUEBAS DE NORMALIDAD.

PROBLEMAS  
RESUELTOS

## PROBLEMA 1.

Se está calibrando una balanza al pesar una pesa de prueba de 1000 g, 60 veces. Las 60 lecturas de la balanza tienen una media de 1000.6 g, por otro lado la clase del instrumento determina como desviación estándar máxima 2 g. Realice el contraste para determinar si la balanza se encuentra bien calibrada



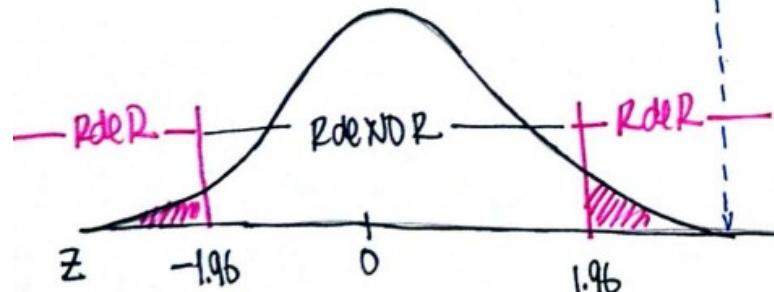
$$H_0: \mu = 1000 \text{ g}$$

$$H_a: \mu \neq 1000 \text{ g}$$

EdEP

$$z_0 = \frac{\bar{x} - \mu_0}{\sigma / \sqrt{n}} = \frac{1000.6 - 1000}{2 / \sqrt{60}} = 2.323$$

RdER:



COMO EL EdEP CAE EN UN  
RdeR, RECHAZAMOS  $H_0$   
ACEPTAMOS  $H_a$  COMO VERDAD

$\mu \neq 1000 \text{ g}$   
SE RECOMIENDA HACER CALIBRAR  
LA BALANZA.

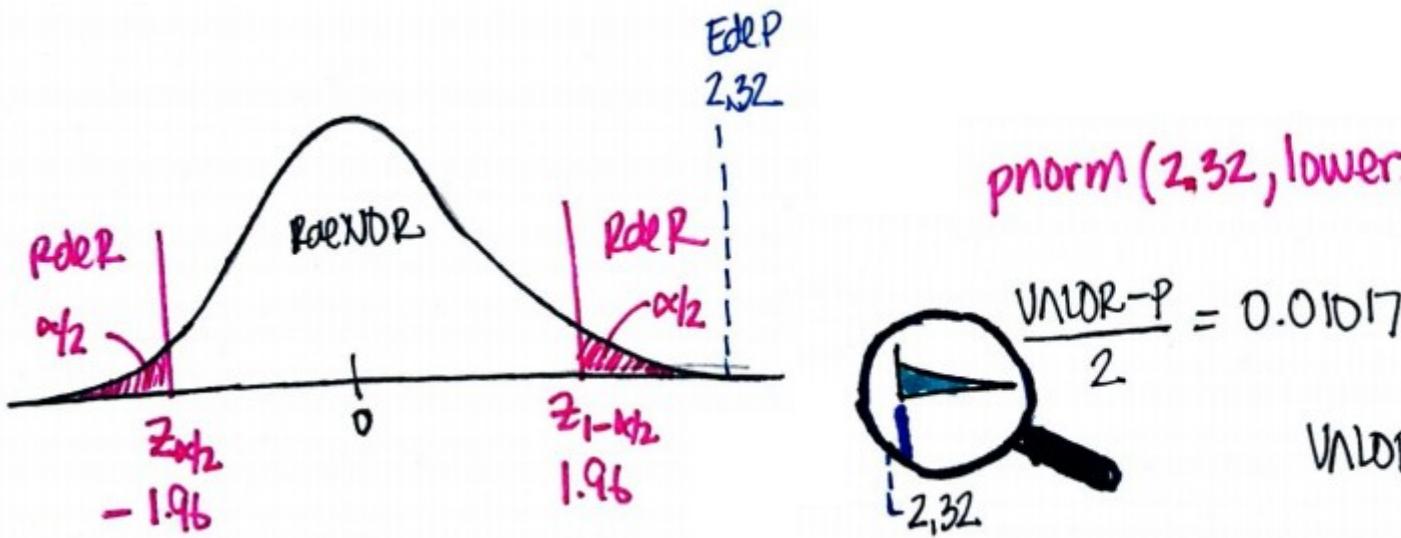
# NIVEL DE SIGNIFICANCIA ( $\alpha$ )

**VALOR-P:** PROBABILIDAD DE TENER UN RESULTADO EXTREMO SUPONIENDO QUE  $H_0$  ES VERDAD

- ÁREA DEIMITADA POR EL EdP
- EN CASO DE UNA PRUEBA DE DÍA CONJUNTO, EL ÁREA ENCONTRADA CORRESPONDE A LA MITAD DEL VALOR-P

PROBABILIDAD DE COMETER  
ERROR TIPO I: RECHAZAR  $H_0$ , CUANDO

$H_0$  ES VERDADERA,  
(FALSO POSITIVO)



`pnorm(2.32, lower.tail = FALSE)`

A magnifying glass is focused on the value 2.32, which is written next to a vertical dashed line extending from the top of the distribution curve.

$$\frac{\text{VALOR-P}}{2} = 0.01017$$

$$\text{VALOR-P} = 0.02034,$$

**REGLA 2:** SI EL VALOR-P <  $\alpha$ , ENTONCES SE RECHAZA  $H_0$ ,  
SE ACEPTA  $H_a$  COMO VERDAD

$$H_0: \mu = 1000 \text{ g}$$

$$H_a: \mu \neq 1000 \text{ g}$$

$$\text{VALOR-P: } 0.02034$$

CONO  $0.02034 < 0.05$ , SE RECHAZA  $H_0$ , SE ACEPTA  
 $H_a$  COMO VERDAD

$\mu \neq 1000 \text{ g}$  SE RECOMIENDA  
HACER CALIBRAR LA BALANZA

## PROBLEMA 2.

Una sucursal bancaria de Cali desarrolla un proceso mejorar el servicio a sus clientes durante las horas del medio día ( 12:00 m a 1:00 p.m.). El tiempo de espera en la fila al medio día se registra en una base durante una semana y se selecciona una muestra aleatoria de 15 clientes con los resultados son los siguientes :

4.21 5.55 3.02 5.13 4.77 2.34 3.20 4.50 6.10 3.80 5.12 6.46 6.19 3.79 3.54.

Cuando un cliente entra a la Sucursal durante la hora de almuerzo y pregunta al gerente: ¿cuanto tiempo deberá esperar?. El gerente contesta: "Menos de 5 minutos". Con base en los resultados anteriores evalúe esta afirmación.

### INFORMACIÓN

$$n=15$$

$$\bar{x}=4.66$$

$$s=1.21$$

$$H_0: \mu \geq 5 \text{ min}$$

$$H_a: \mu < 5 \text{ min}$$

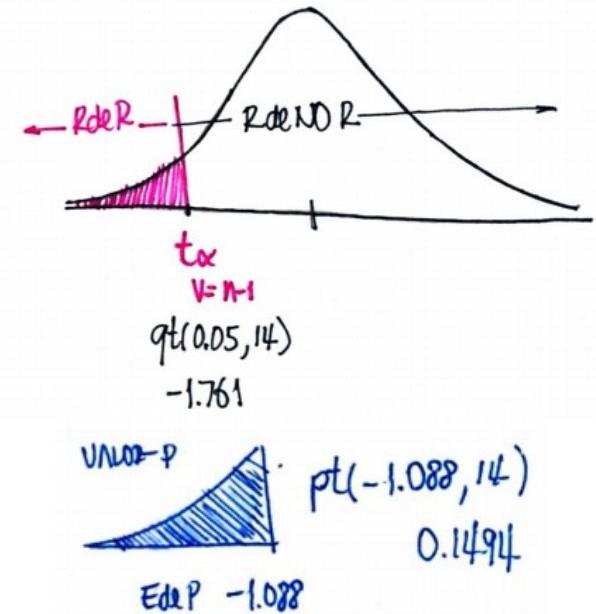
$$E_{\text{dep}} T = \frac{\bar{x} - \mu_0}{s/\sqrt{n}} \sim t_{v=n-1}$$

SUPUESTOS:

X ~ NORMAL

$\sigma^2$  DESCONOCIDA

$$T = \frac{4.66 - 5}{1.21 / \sqrt{15}} = -1.088$$



COMO  $0.1494 > 0.05$ , NO SE RECHAZA  $H_0$ , SE ASUME QUE  $H_0$  ES VERDAD  
EL GERENTE NO TIENE RAZÓN.

## PROBLEMA 3.

Una empresa al seleccionar su personal los somete a un curso de entrenamiento. Por experiencia el 76% de los aspirantes aprueban el curso. Se efectúan ciertos cambios en el programa, para el cual se inscriben 40 de los cuales 24 lo aprueban, podría afirmarse que los cambios introducidos reducen la selección?



INFORMACIÓN:

$$X=24$$

$$n=40$$

$$\hat{p} = \frac{24}{40} = 0.60$$

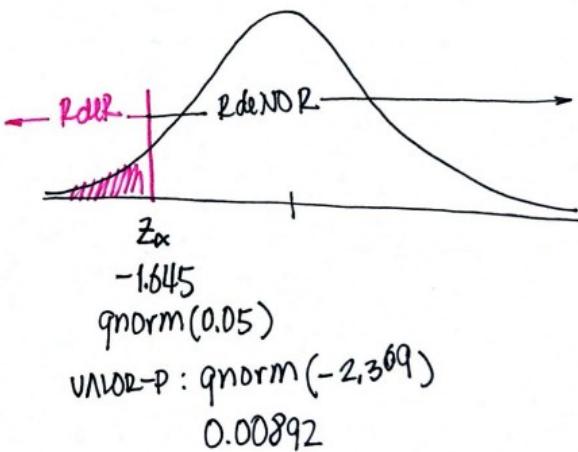
$$H_0: p \geq 0.76$$

$$p_0 = 0.76$$

$$H_a: p < 0.76$$

$$\text{EdeP}$$

$$Z_0 = \frac{\hat{p} - p_0}{\sqrt{\frac{p_0(1-p_0)}{n}}} = \frac{0.60 - 0.76}{\sqrt{\frac{0.76 \times 0.24}{40}}} = -2.369$$



COMO  $0.00892 < 0.05$   
 SE RECHAZA  $H_0$ , SE ACEPTA  
 $H_a$  COMO VERDAD

$$p < 0.76$$

SE PUEDE AFIRMAR QUE  
 LA PROPORCIÓN SE REDUJO. //

## PROBLEMA 4

Su ponga que una empresa desarrolla un curso de entrenamiento para sus empleados, formando dos grupos y aplicándoles dos métodos distintos de entrenamiento. El primer grupo lo componen 36 empleados que obtuvieron un puntaje promedio de 6 (en escala de 0 a 10 puntos) y una desviación estándar de 4 puntos y el segundo grupo de 40 empleados cuyo puntaje promedio fue de 8.2 y una desviación de 4.3.

Se puede afirmar que el método aplicado al segundo grupo es superior al aplicado al primero?

Que supuestos debe de tener en cuenta?

$$\left. \begin{array}{l} H_0: \mu_1 \geq \mu_2 \\ H_a: \mu_1 < \mu_2 \end{array} \right\} \text{COMPARACIÓN DE MEDIAS}$$

$$\left. \begin{array}{l} \mu_1 - \mu_2 \geq 0 \\ \mu_1 - \mu_2 \geq \Delta_0 \end{array} \right\} \text{GRUPOS INDEPENDIENTES}$$

Edp — ASUMO

$\left. \begin{array}{l} \mu_1 \geq \mu_2 \\ \mu_1 - \mu_2 \geq 0 \\ \mu_1 - \mu_2 \geq \Delta_0 \end{array} \right\}$

DEPENDE  $\sigma_1^2 = \sigma_2^2$

$\left. \begin{array}{l} \text{EDP} \\ \text{DEPENDE} \\ \sigma_1^2 = \sigma_2^2 \end{array} \right\} H_0: \sigma_1^2 = \sigma_2^2$

$H_a: \sigma_1^2 \neq \sigma_2^2$

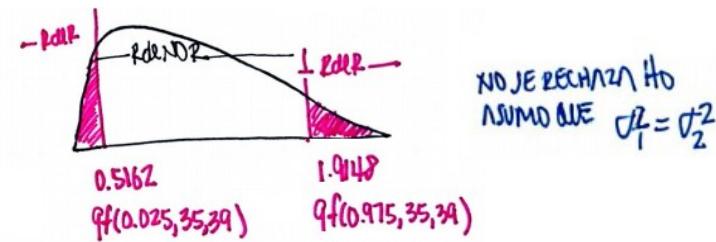
$\sigma_1^2 = \sigma_2^2$

$$F = \frac{s_1^2}{s_2^2} = \frac{4.0^2}{4.3^2} = 0.8653$$



### INFORMACIÓN

	TAMAÑO MUESTRAL	MEDIA MUESTRAL	DEJ. ESTAND. MUESTRAL
GRUPO 1	36	6.0	4.0
GRUPO 2	40	8.2	4.3



$$H_0: \mu_1 \geq \mu_2$$

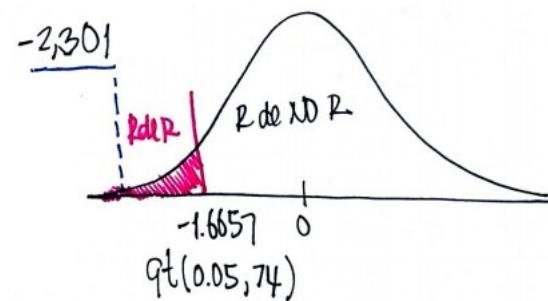
$$H_a: \mu_1 < \mu_2$$

E de P

$$T = \frac{(\bar{x}_1 - \bar{x}_2) - \Delta_0}{S_p \sqrt{\frac{1}{n_1} + \frac{1}{n_2}}} = \frac{(60 - 8,2) - 0}{4,16 \times \sqrt{\frac{1}{36} + \frac{1}{40}}} = -2,301$$

$$S_p^2 = \frac{35 \times 4,0^2 + 39 \times 4,3^2}{36+40-2} = 17,3123$$

$$S_p = \sqrt{17,3123} = 4,16$$



$$\text{VALOR-P: } pt(-2,301, 74) \\ 0.012049$$

∴ SE RECHAZA  $H_0$ , SE ACEPTA  $H_a$ .

$\mu_1 < \mu_2$ . SE PUEDE AFIRMAR QUE  
EL MÉTODO APLICADO AL SEGUNDO GRUPO  
GENERA MEJORES RESULTADOS.

## PROBLEMA 5

Suponga que se estudia la compra de una nueva maquina para una empresa. Se comprara la maquina si la proporción de la producción que necesita ser reprocesados por tener defectos es inferior al 5%. Se examina una muestra de 40 artículos construidos por la maquina y 3 necesitan ser reprocesados. ¿ Que decisión se toma? ( Se compra o no la maquina?)

INFORMACIÓN:

$$x = 3$$

$$n = 40$$

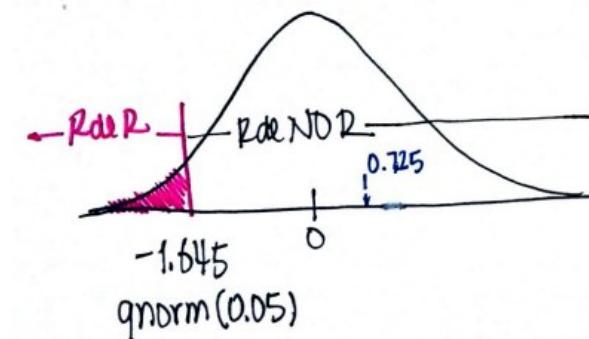
$$\hat{p} = \frac{3}{40} = 0.075$$

$$H_0: p \geq 0.05$$

$$H_a: p < 0.05$$

Ede P

$$Z = \frac{(\hat{p} - p_0) - \Delta_0}{\sqrt{\frac{p_0(1-p_0)}{n}}} = \frac{0.075 - 0.05}{\sqrt{\frac{0.05 \times 0.95}{40}}} = 0.725$$



∴ NO SE RECHAZA  $H_0$ ,  
NO EXISTE SUFFICIENTE EVIDENCIA EN  
LA MUESTRA QUE PERMITA RECHAZAR  $H_0$   
ALUMINOS QUE  $H_0$  ES VERDAD.  
SE RECOMIENDA NO COMPRAR.

## PROBLEMA 6

Un empresario registro el numero de artículos producidos durante 10 días, para un grupo de 15 obreros que trabajaban con base en un salario fijo (Grupo 1). El industrial introdujo un plan de incentivos para otros 15 obreros y registro su producción durante otros 10 días (Grupo 2). El numero de artículos producidos por cada uno de los grupos fue :

Grupo 1 : 75 76 74 80 72 78 76 73 72 75

Grupo 2 : 86 78 86 84 81 79 78 84 88 80.

Suponiendo que los salarios pagados a cada grupo son equivalentes. Se puede concluir que el plan de incentivos es efectivo?

$$H_0: \mu_1 \geq \mu_2$$

$$H_a: \mu_1 < \mu_2$$

### COMPARACION DE MEDIAS INDEPENDIENTES

$$EdP \\ T = \frac{75,10 - 82,40}{3,156 \sqrt{\frac{1}{10} + \frac{1}{10}}} = -5,172$$

SUPUESTOS:

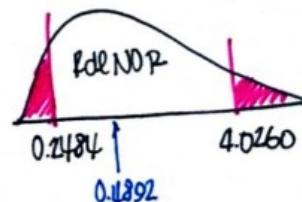
$X_1 \sim N(0,1)$

$X_2 \sim N(0,1)$

ASUMIR  $\sigma_1^2 = \sigma_2^2$

$$H_0: \sigma_1^2 = \sigma_2^2 \\ H_a: \sigma_1^2 \neq \sigma_2^2$$

$$\therefore \text{NUNCA } \sigma_1^2 = \sigma_2^2$$



• JE RECHAZO  $H_0$   
JE ACEPTE  $H_a$  COMO  
VERDAD.  $\mu_1 < \mu_2$

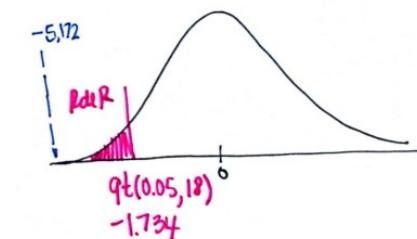


### INFORMACIÓN:

	$n$	$\bar{x}$	$s$
GRUPO 1:	10	75,10	2,56
GRUPO 2:	10	82,40	3,66

VALOR- $P$   
 $p_t(-5,172, 18)$

0.000032



EL PROMEDIO OBTENIDO  
POR EL SEGUNDO GRUPO  
ES MAYOR AL DEL  
PRIMER GRUPO.

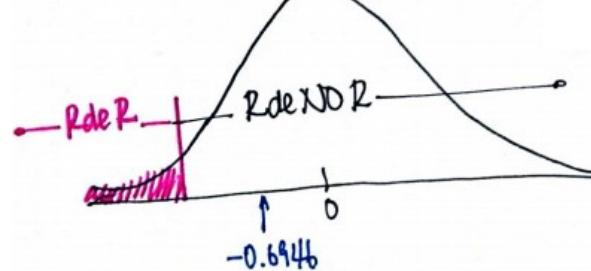
## PROBLEMA 7

En una muestra de 400 clientes, el 20% indica una preferencia por tamaño especial de pizza. Con posterioridad a una campaña publicitaria realizada en radio y televisión promoviendo dicho producto, se seleccionó una muestra de igual tamaño. En esta última muestra el 22% de los clientes indicó preferencia por el producto. De acuerdo con estos resultados y un nivel de significancia del 5%, podría decirse que la campaña publicitaria no fue efectiva?

$$H_0: p_1 \geq p_2$$

$$H_a: p_1 < p_2$$

$$\text{Edep } Z = \frac{(\hat{p}_1 - \hat{p}_2) - 0}{\sqrt{\frac{\hat{p}_1(1-\hat{p}_1)}{n_1} + \frac{\hat{p}_2(1-\hat{p}_2)}{n_2}}} = \frac{0.20 - 0.22}{\sqrt{\frac{0.20 \times 0.80}{400} + \frac{0.22 \times 0.78}{400}}} = -0.78$$



VALOR-P:  $\text{pnorm}(-0.6946)$   
0.2436



### INFORMACIÓN

$$n_1 = 400 \quad x_1 = 80 \quad \hat{p}_1 = 0.20 \\ n_2 = 400 \quad x_2 = 88 \quad \hat{p}_2 = 0.22$$

NO SE RECHAZA  $H_0$   
SE ASUME COMO VERDAD  
LA PUBLICIDAD NO MUESTRA  
HABER MEJORADO LA  
PROPORCIÓN DE CLIENTES  
QUE PREFIEREN EL TAMAÑO  
ESPECIAL

## PROBLEMA 8

Los siguientes son los datos de las horas hombre que se pierden en promedio por accidentes en 10 plantas industriales antes y después de la implantación de un programa de seguridad industrial:

Utilice un nivel de significancia de 0.05 para probar si el programa de seguridad implantado es eficaz.

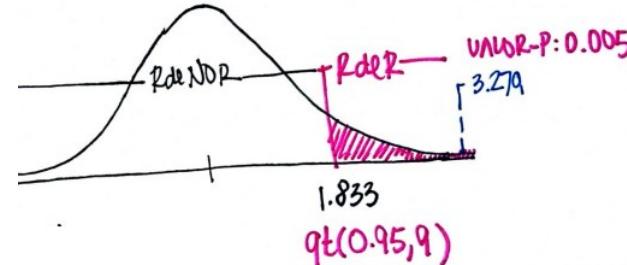


$$H_0: \mu_1 \leq \mu_2$$

$$H_a: \mu_1 > \mu_2$$

Edep

$$T_0 = \frac{\bar{d} - D_0}{S_d / \sqrt{n}} = \frac{4.9 - 0}{4.72 / \sqrt{10}} = 3.279$$



### INFORMACIÓN

	G1	G2	di
1	45	36	9
2	73	60	13
3	46	44	2
4	124	119	5
5	30	35	-5
6	57	51	6
7	83	77	6
8	34	29	5
9	26	24	2
10	17	11	6

$$n=10$$

$$\bar{d}=4.9$$

$$S_d=4.72$$

RECHAZO  $H_0$ , ACEPTO  $H_a$   
 $\mu_1 > \mu_2$ . EL PROMEDIO SE REDUJO  
 DESPUES DE HABER REALIZADO  
 EL PROGRAMA DE SEGURIDAD.

## PROBLEMA 9

Un director de un gimnasio quiere determinar si un instructor de ejercicio debe ser contratado o no para su campaña estrella "Reducción de peso". Para tomar la decisión le dice que pruebe con 16 de las personas que habitualmente concurren tomadas al azar. Los datos que se tomaron antes y después de haber realizado un mes de ejercicios son los siguientes

Peso antes	104.5	89	84.5	106	90	96	79	90	85	76.5	91.5	82.5	100.5	89.5	121.5	72
Peso después	98	85.5	85	103.5	88.5	95	79.5	90	82	76	89.5	81	99.5	86.5	115.5	70

Emplee y realice las pruebas de hipótesis a un nivel de significancia del 0.01 para determinar si el programa que ofrece el nuevo instructor es eficaz.

$$H_0: \mu_a \leq \mu_d$$

$$H_a: \mu_a > \mu_d$$

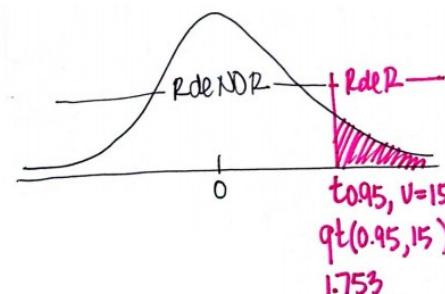
EdeP

$$T = \frac{\bar{d} - d_0}{S_d / \sqrt{n}} = \frac{2.06}{2.03 / \sqrt{16}} = 4.059$$

VALOR-P

$p(t(4.059, 15, \text{lower.tail}=\text{FALSE}))$

0.00051



INFORMACIÓN

$d_i = X_{\text{ant.}} - X_{\text{des.}}$

6.5
3.5
-0.5
2.5
1.5
1.0
-0.5
0.0
3.0
0.5
2.0
1.5
1.0
3.0
6.0
20

$\bar{d} = 2.06$

$S_d = 2.03$

$n = 16$

∴  
SE RECHAZA  $H_0$ , SE ACEPTA

$H_a$  COMO VERDAD  $\mu_1 > \mu_2$

SE PUEDE AFIRMAR  
QUE EN PROMEDIO,  
HAQ UNA REDUCCIÓN  
DE PESO.

## PROBLEMA 10

Un Gerente de una empresa sospecha que los empleados de mayor edad pierden más días de trabajo al año por enfermedad que los empleados más jóvenes. Para probar esta hipótesis decide seleccionar al azar, de los registros dos muestras de los empleados con edades mayores de 35 años y de empleados menores a 35 años. Los resultados son :

Representan los datos evidencia para confirmar la sospecha del Gerente?

35 años o más	37 19 21 35 16 4 0 12 63 25 12 15
Menos de 35 años	24 42 18 15 0 9 10 20 22 13

$$H_0: \mu_1 \leq \mu_2$$

$$H_a: \mu_1 > \mu_2$$

Edp

$$T = \frac{(\bar{x}_1 - \bar{x}_2) - \Delta_0}{S_p \sqrt{\frac{1}{n_1} + \frac{1}{n_2}}} = \frac{(21.58 - 17.30)}{14.69 \sqrt{\frac{1}{12} + \frac{1}{10}}} = 0.6805$$

$$H_0: \sigma_1^2 = \sigma_2^2$$

$$H_a: \sigma_1^2 \neq \sigma_2^2$$

Edp

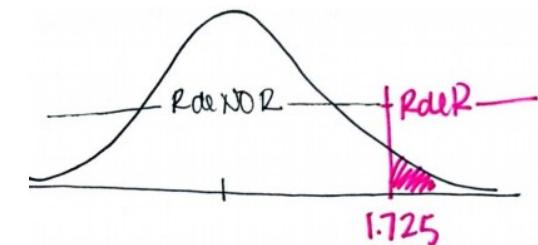
$$F = \frac{289.5}{125.6} = 2.30 \quad \therefore \text{ASUMO } \sigma_1^2 = \sigma_2^2$$

Valor-p:  $\min(pf(23, 11, 9); pf(23, 11, 9, \text{lower.tail}=\text{FALSE}))$   
0.2214



INFORMACIÓN:

	n	$\bar{x}$	$s^2$
G1	12	21.58	289.5
G2	10	17.30	125.6



VALOR-P: 0.251995

NO RECHAZO  $H_0$ , ASUMO QUE  $H_0$  ES VERDAD.

NO SE PUEDE AFIRMAR QUE LOS EMPLEADOS CON MAYOR EDAD PIERDEN MÁS DÍAS DE TRABAJO QUE EL GRUPO DE JÓVENES ↴

[dgonzalez@javerianacali.edu.co](mailto:dgonzalez@javerianacali.edu.co)  
Daniel Enrique González Gómez  
Dep. Ciencias Naturales y Matemáticas  
Facultad de Ingeniería y Ciencias  
Pontificia Universidad Javeriana  
Cali