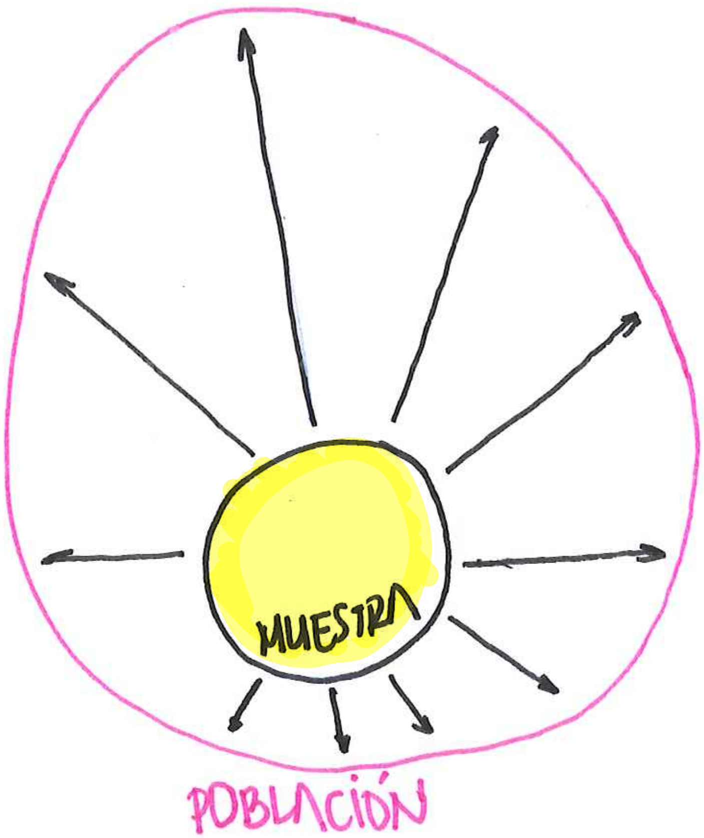
INTERVALOS DE CONFIANZA

Daniel González

INFERENCIA ESTADÍSTICA



Estimación

- Puntual

  $\hat{\theta}$

- Por intervalos de confianza

Pruebas de Hipótesis

$H_0: \theta = \theta_0$

$H_a: \theta \neq \theta_0$

CUANDO NO SE CONOCE EL VALOR DE UN PARÁMETRO, SE UTILIZA LA ESTIMACIÓN PARA ENCONTRAR UN VALOR APROXIMADO A PARTIR DE LOS VALORES DE UNA MUESTRA

CUANDO SE QUIERE VALIDAR UNA AFIRMACIÓN SOBRE UN PARÁMETRO DE UNA POBLACIÓN

INFERENCIA ESTADISTÍCA

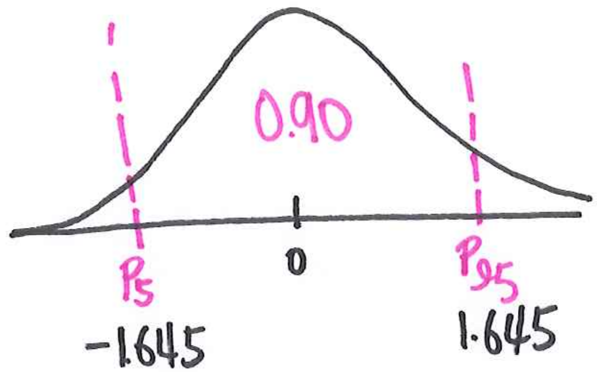
ESTIMACIÓN

ESTIMACIÓN POR INTERVALOS DE CONFIANZA

(LIC ; LSC)

INTERVALOS DE CONFIANZA

μ :



$$P(-1.645 < Z < 1.645) = 0.90$$

$$P(z_{\alpha/2} < Z < z_{\alpha/2}) = 1 - \alpha$$

$$P\left(-1.645 < \frac{\bar{X} - \mu}{\sigma/\sqrt{n}} < 1.645\right) = 0.90$$

$$P\left(-1.645 \frac{\sigma}{\sqrt{n}} < \bar{X} - \mu < 1.645 \frac{\sigma}{\sqrt{n}}\right) = 0.90$$

$$P\left(-1.645 \frac{\sigma}{\sqrt{n}} - \bar{X} < -\mu < 1.645 \frac{\sigma}{\sqrt{n}} - \bar{X}\right) = 0.90$$

$$P\left(\bar{X} - 1.645 \frac{\sigma}{\sqrt{n}} < \mu < \bar{X} + 1.645 \frac{\sigma}{\sqrt{n}}\right) = 0.90$$

$IC_{\mu:1-\alpha}$

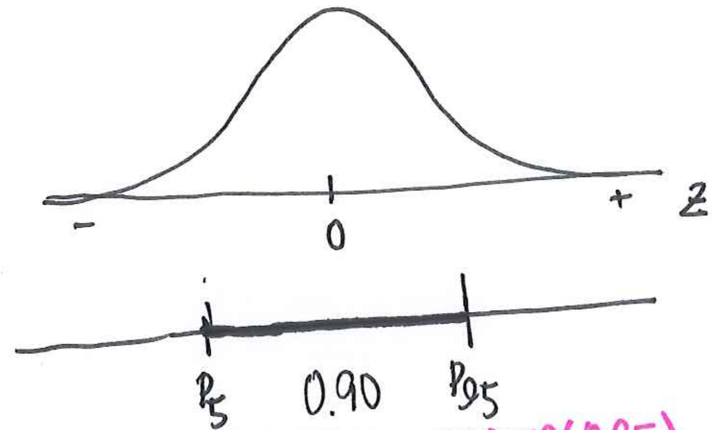
$$\bar{X} \pm z_{\alpha/2} \frac{\sigma}{\sqrt{n}}$$

INTERVALOS DE CONFIANZA

SUPUESTO

μ. $\bar{x} \pm z_{\alpha/2} \dfrac{\sigma}{\sqrt{n}}$

- $X \sim N(\mu, \sigma^2)$
- σ^2 CONOCIDA



$\bar{x} \pm t_{\alpha/2} \dfrac{S}{\sqrt{n}}$, $v = n-1$

- $X \sim$ NORMAL
- σ^2 DESCONOCIDA

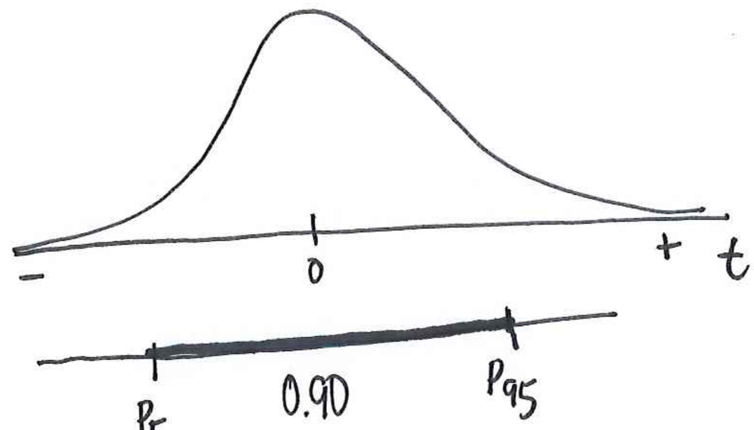
qnorm(0.05)
−1.645

qnorm(0.95)
1.645

$\bar{x} \pm z_{\alpha/2} \dfrac{S}{\sqrt{n}}$

- $X \sim$ DESCONOCIDA
- $n \gg$ TCL

$\bar{X} \sim$ NORMAL



$n = 20$

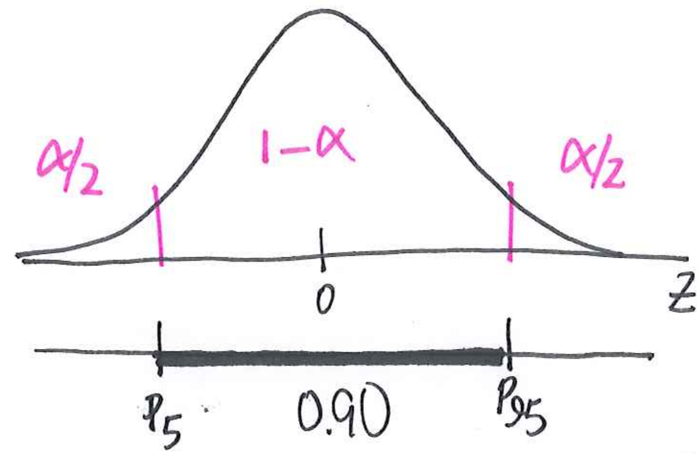
$t_{0,05}$
$v = 19$
qt(0.05, 19)

$t_{0.95}$
$v = 19$
qt(0.95, 19)

$p \qquad \hat{p} \pm z_{\alpha/2}\sqrt{\dfrac{\hat{p}(1-\hat{p})}{n}}$

SUPUESTO

$n>>$



qnorm(0.05)

-1.645

qnorm(0.95)

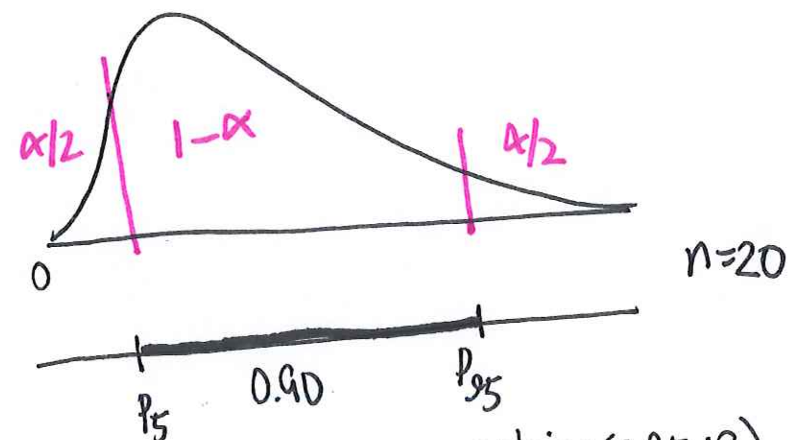
1.645

$\sigma^2 \qquad \left(\dfrac{(n-1)s^2}{\chi^2_{\alpha/2}} \; ; \; \dfrac{(n-1)s^2}{\chi^2_{1-\alpha}} \right)$

$v=n-1$

$\chi^2_{1-\alpha/2}$

$v=n-1$



qchisq(0.05, 19)

10,12

qchisq(0.95, 19)

30.14

IC μ.

SUPUESTO$_1$	SUPUESTO$_2$	IC
$X \sim N(\mu, \sigma^2)$	σ^2 CONOCIDA	: $\bar{X} \pm Z_{\alpha/2} \frac{\sigma}{\sqrt{n}}$
	σ^2 DESCONOCIDA	: $\bar{X} \pm t_{v=n-1} \frac{S}{\sqrt{n}}$
$X \sim ?$	$n >>$	: TCL $\bar{X} \pm Z_{\alpha/2} \frac{S}{\sqrt{n}}$
	$n <$	: MÉTODO NO PARAMETRICO (REMUESTREO)

DIFERENCIA DE MEDIAS

$\mu_1 - \mu_2$

- GRUPOS PAREADOS O EMPAREJADOS

X_1	X_2	$d = X_1 - X_2$
x_{11}	x_{21}	d_1
x_{12}	x_{22}	d_2
$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$
x_{1n}	x_{2n}	d_n

$\bar{d} = \frac{\sum d_i}{n}$

S_d

$X_1 \sim N(\mu_1, \sigma_1^2)$

$X_2 \sim N(\mu_2, \sigma_2^2)$

$$\bar{d} \pm t_{\alpha/2} \frac{S_d}{\sqrt{n}} \qquad v = n-1$$

- GRUPOS INDEPENDIENTES
  - SUPUESTOS: ASUMO $\sigma_1^2 = \sigma_2^2$

$$(\bar{x}_1 - \bar{x}_2) \pm t_{\alpha/2}\, S_p \sqrt{\frac{1}{n_1} + \frac{1}{n_2}} \qquad v = n_1 + n_2 - 2$$

donde $S_p^2 = \dfrac{(n_1-1) S_1^2 + (n_2-1) S_2^2}{n_1 + n_2 - 2}$

  - $\sigma_1^2 \neq \sigma_2^2$

$$(\bar{x}_1 - \bar{x}_2) \pm t_{\alpha/2} \sqrt{\frac{S_1^2}{n_1} + \frac{S_2^2}{n_2}} \qquad v^*$$

$$v^* = \frac{\left(\frac{S_1^2}{n_1} + \frac{S_2^2}{n_2}\right)^2}{\frac{(S_1^2/n_1)^2}{n_1 - 1} + \frac{(S_2^2/n_2)^2}{n_2 - 1}}$$

NOTA:

$(-,-)$
$\mu_1 < \mu_2$

$(-,+)$
$\mu_1 = \mu_2$

$(+,+)$
$\mu_1 > \mu_2$

COMPARACIÓN DE PROPORCIONES

$p_1 - p_2$

$$(\hat{p}_1 - \hat{p}_2) \pm Z_{\alpha/2} \sqrt{\frac{p_1(1-p_1)}{n_1} + \frac{p_2(1-p_2)}{n_2}}$$

NOTA:

$(-,-)$: $p_1 < p_2$

$(-,+)$: $p_1 = p_2$

$(+,+)$: $p_1 > p_2$

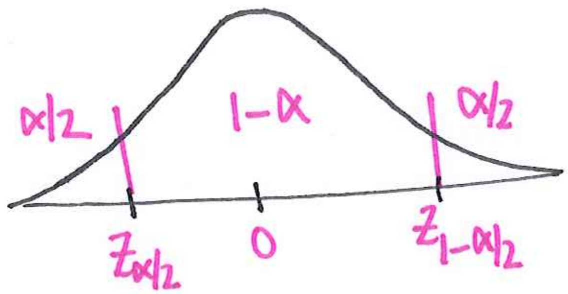
RAZÓN DE VARIANZAS

$$\frac{\sigma_1^2}{\sigma_2^2} \quad \left(\frac{S_1^2/n_1-1}{S_2^2/n_2-1} f_{\alpha/2,\ v_1, v_2} \ ; \ \frac{S_1^2/n_1-1}{S_2^2/n_2-1} f_{1-\alpha/2,\ v_1\, v_2} \right)$$

;

TAMAÑO DE MUESTRA

- ESTIMACIÓN DE μ.



$$P(Z_{\alpha/2} \leq Z \leq Z_{1-\alpha/2}) = 1-\alpha$$

$$P\left(\bar{X} - Z_{\alpha/2}\frac{\sigma}{\sqrt{n}} \leq \mu \leq \underbrace{\bar{X} + Z_{\alpha/2}\frac{\sigma}{\sqrt{n}}}\right) = 1-\alpha$$

$$\mu = \bar{X} + Z_{\alpha/2}\frac{\sigma}{\sqrt{n}}$$

DESPEJAMOS n

$$n = \frac{Z_{\alpha/2}^2 \times \sigma^2}{e^2}$$

$$e = |\mu - \bar{x}| < e$$

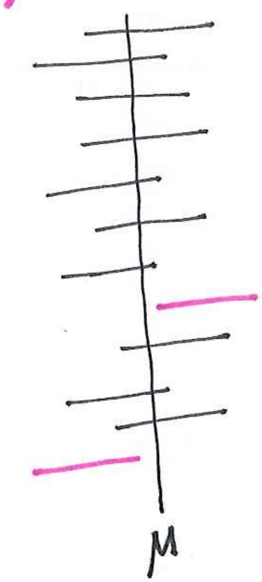
$$n = \frac{Z_{\alpha/2}^2\, \sigma^2}{e^2}$$

CONFIANZA (1)

VARIANZA (2)

ERROR DE MUESTREO (3)

(1) CONFIANZA



(2) VARIANZA

- PRUEBA PILOTO
- ESTUDIO PREVIO
- EXPERTO

$$\sigma \simeq \frac{\text{Máx} - \text{mín}}{4}$$

(2) ERROR DE MUESTREO

(1) y (2) A CARGO DEL INVESTIGADOR.
3

TAMAÑO DE MUESTRA

- ESTIMACIÓN DE p

$$n = \frac{Z_{\alpha/2}^2 \, pq}{e^2}$$

CONFIANZA (1)

VARIANZA (2)

ERROR DE MUESTREO (3)

(1) CONFIANZA	$Z_{\alpha/2}$
90%	1.645
95%	1.96
99%	2,576

ERROR DE MUESTREO

$$|p - \hat{p}| < e$$

VARIANZA

- PRUEBA PILOTO
- VARIANZA MÁXIMA
- EXPERTO

p	q	pq
0.1	0.9	0.09
0.2	0.8	0.16
0.3	0.7	0.21
0.4	0.6	0.24
0.5	0.5	0.25
0.6	0.4	0.24
0.7	0.3	0.21
0.8	0.2	0.16
0.9	0.1	0.09

VARIANZA MÁX

TAMAÑO DE MUESTRA

μ.

$$n = \frac{\overbrace{Z_{\alpha/2}^2}^{\text{CONFIANZA (1)}} \, \sigma^2}{\underbrace{e^2}_{\text{ERROR DE MUESTREO (3)}}}$$

σ^2 — VARIANZA (2)

- PRUEBA PILOTO

P.

$$n = \frac{\overbrace{Z_{\alpha/2}^2}^{\text{CONFIANZA (1)}} \, pq}{\underbrace{e^2}_{\text{ERROR DE MUESTREO (3)}}}$$

pq — VARIANZA (2)

- PRUEBA PILOTO
- VARIANZA MÁX

(1) y (3)
A CARGO DEL INVESTIGADOR

SI $\frac{n}{N} > 0{,}05$ SE DEBE CORREGIR EL TAMAÑO DE MUESTRA POR POBLACION FINITA

$$n = \frac{n_0 N}{n_0 + N - 1}$$

INTERVALOS DE CONFIANZA NO PARAMÉTRICOS

CUANDO $n < 30$

$X \sim ?$ (NO NORMAL)

MÉTODO NO PARAMÉTRICO

- MUESTRA: $X_1, X_2, \ldots X_n$
- REMUESTREO
  MUESTREO ALEATORIO CON REPETICIÓN
- SE RECONSTRUYE POBLACIÓN SIMULANDO UNA GRAN CANTIDAD DE VALORES DEL ESTIMADOR
- SE CALCULAN LOS PERCENTILES

MÉTODO 1: $(P_{\alpha/2} ; P_{1-\alpha/2})$

MÉTODO 2:

$$(2\bar{X} - P_{1-\alpha/2} ; 2\bar{X} - P_{\alpha/2})$$

NAVIDI (2006)

INTERVALOS DE CONFIANZA

$$IC_{\mu}: \bar{x} \pm z_{\alpha/2}\, \sigma/\sqrt{n} \quad (1)$$

$$\bar{x} \pm t_{\alpha/2,\, v=n-1}\, S/\sqrt{n} \quad (2)$$

$$\bar{x} \pm z_{\alpha/2}\, S/\sqrt{n} \quad (3)$$

$$IC_{p}: \hat{p} \pm z_{\alpha/2} \sqrt{\frac{\hat{p}(1-\hat{p})}{n}} \quad (4)$$

$$IC_{\sigma^2}: \left(\frac{(n-1)S^2}{\chi_{1-\alpha/2}} ; \frac{(n-1)S^2}{\chi_{\alpha/2}} \right) \quad (5)$$

$$IC_{\mu_1-\mu_2}: \bar{d} \pm t_{\alpha/2,\, v=n-1}\, S_d/\sqrt{n} \quad (6)$$

$$(\bar{x}_1-\bar{x}_2) \pm t_{\alpha/2,\, v=n_1+n_2-2}\, S_p \sqrt{\frac{1}{n_1}+\frac{1}{n_2}} \quad (7)$$

$$(\bar{x}_1-\bar{x}_2) \pm t_{\alpha/2,\, v^{\circ}} \sqrt{\frac{S_1^2}{n_1}+\frac{S_2^2}{n_2}} \quad (8)$$

$$IC_{p_1-p_2}: (\hat{p}_1-\hat{p}_2) \pm z_{\alpha/2} \sqrt{\frac{\hat{p}_1(1-\hat{p})}{n_1}+\frac{\hat{p}_2(1-\hat{p}_2)}{n_2}} \quad (9)$$

$$IC_{\sigma_1^2/\sigma_2^2} \left(\frac{S_1^2}{S_2^2} \cdot \frac{1}{f_{1-\alpha/2,\, v_1, v_2}} ; \frac{S_1^2}{S_2^2} \cdot \frac{1}{f_{\alpha/2,\, v_1, v_2}} \right) \quad (10)$$